

# Sayısal Modülasyonların $\eta$ - $\mu$ /Gamma Karma Sönümlenmeli Ortamlardaki Hata Olasılığı Üzerine Bir Çalışma

## A Study on the Error Probability of Digital Modulations over $\eta$ - $\mu$ /Gamma Mixed Fading Environments

Mehmet BİLİM<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Nuh Naci Yazgan Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kayseri, Türkiye.  
mbilim@nyy.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 06.09.2018, Kabul Tarihi/Accepted: 07.02.2019

\* Yazışılan yazar/Corresponding author

doi: 10.5505/pajes.2019.04379

Araştırma Makalesi/Research Article

### Öz

Bu çalışmada, evre uyumlu olmayan frekans kaydırmalı anahtarlama ve farksal faz kaydırmalı anahtarlama sayısal modülasyon türlerini kullanan haberleşme sistemlerinin  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanallardaki başarımları analizi verilmiştir. Yapılan analiz olasılık yoğunluk fonksiyonu tabanlı olup, matematiksel olarak temel fonksiyonlar içerir. Bu sebeple, sunulan analiz matematiksel açıdan oldukça kolay ve anlaşılabilir. Yapılan analizler sonucunda kapalı formda ortalama hata ifadesi türetilmiştir. Türetilen hata ifadesi kullanılarak elde edilen nümerik sonuçlar ile simülasyon sonuçları kıyaslanarak verilerle türetilen ifadenin doğruluğu gösterilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Frekans kaydırmalı anahtarlama, faz kaydırmalı anahtarlama,  $\eta$ - $\mu$ /Gamma sönümlü kanallar.

### Abstract

In this study, performance analysis of  $\eta$ - $\mu$ /Gamma mixed fading channels of communication systems using noncoherent frequency shift keying and differential phase shift keying digital modulation types is presented. The analysis is based on probability density function and contains mathematically basic functions. For this reason, the proposed analysis is quite simple and understandable from a mathematical point of view. As a result of the analyzes, the closed form average error probability expression is derived. The numerical results obtained by using the derived error expression are compared with the simulation results and the accuracy of the derived expression is shown.

**Keywords:** Frequency shift keying, phase shift keying,  $\eta$ - $\mu$ /Gamma fading channels

## 1 Giriş

Kablosuz ve gezgin haberleşme her geçen gün daha fazla ilgi çekmekte, kullanımı sürekli artmaktadır. Özellikle, akıllı telefonların kullanımının artmasıyla bu ilgi giderek şiddetlenmektedir. Kablosuz haberleşme sistemlerinin başarımlarının artması ve istenilen kalite seviyelerine cevap vermesi beklenmektedir. Bu gelişmeler doğrultusunda kablosuz kanal ortamlarının temsil edilmesi çok önemli bir husustur. Literatürde, kanal ortamlarının temsili için her birinin diğerine göre üstünlükleri ve eksiklikleri olan birçok kanal dağılımı önerilmiştir [1]-[16].

[1]'deki çalışmada, literatürde sıklıkla kullanılan bir kanal yapısı olan Nakagami- $m$  kanal dağılımı sunulmuş ve bina dışı kablosuz kanal ortamlarının temsilinde oldukça başarılı olduğu gösterilmiştir. Nakagami- $m$  dağılımının ortam temsil kabiliyetinden yola çıkan yazarlar [2]'de iki değişkenli Nakagami- $q$  (hoyt) dağılımını geliştirmişler ve önerdikleri kanal yapısının başarımlarının göstermişlerdir. Buna karşın [3]'teki çalışmada,  $\kappa$ - $\mu$  ve  $\eta$ - $\mu$  kanal dağılımları önerilmiş ve bu konuya yeni bir bakış açısı getirilmiştir. Belirli koşullar altında önerilen  $\kappa$ - $\mu$  ve  $\eta$ - $\mu$  kanallarının temsildeki kabiliyetleri detaylı bir şekilde gösterilmiştir.  $\kappa$ - $\mu$  ve  $\eta$ - $\mu$  kanal dağılımlarının kullanımında kolaylık sağlayan bazı faydalı integral çözümleri ise [4]'te verilmiştir. Bu çalışmada bahsedilen kanal dağılımlarının moment çıkaran fonksiyonu (moment generating function, MGF) elde edilmiştir.  $\kappa$ - $\mu$  kanal yapısına ait farklı bir dağılım türü ise [5]'te verilmiştir. Bir diğer çalışmada ise [6]  $\kappa$ - $\mu$  ve  $\eta$ - $\mu$  kanal ortamının kanal kapasitesi ve servis dışı kalma olasılığı gibi farklı performans metrikleri

verilmiştir.  $\kappa$ - $\mu$  kanal yapısının iki değişkenli temsili ise [7]'deki yazarlar tarafından sunulmuştur.  $\kappa$ - $\mu$  kanal yapısında gölgeleme etkisini göstermek açısından [8]'de gölgelemeli  $\kappa$ - $\mu$  olarak adlandırılan kanal yapısı önerilmiştir. Bu çalışmanın devamı olarak [9]'daki yazarlar ise karma bir sönümlü kanal modeli olan  $\kappa$ - $\mu$  kanalının olasılık yoğunluk fonksiyonu (probability density function, PDF) ve birikimli dağılım fonksiyonu (cumulative distribution function, CDF) ifadelerini önermişlerdir.

Öte yandan, [10]'da verilen çalışmada ise  $\alpha$ - $\mu$  sönümlü yeni bir kanal yapısı ele alınmış, bu kanal yapısına ait MGF ifadesi türetilmiş ve haberleşme uygulamaları detaylı olarak analiz edilmiştir. [10]'daki çalışmanın devamı olarak [11]'deki çalışmada,  $\alpha$ - $\mu$  sönümlü kanal yapısını farklı değişkenlerle ele almıştır. Daha sonra  $\alpha$ - $\mu$ ,  $\kappa$ - $\mu$  ve  $\eta$ - $\mu$  kanal yapılarının PDF, CDF ve MGF gibi temel istatistiklerinin yanı sıra karakteristik fonksiyonlarının da analiz edildiği kapsamlı bir çalışma olarak [12] sunulmuştur. Bu çalışmaların yanısıra, [13]'te  $\alpha$ - $\eta$ - $\mu$  isimli  $\alpha$ - $\mu$ ,  $\kappa$ - $\mu$  ve  $\eta$ - $\mu$  kanal yapılarını kapsayan yeni bir kanal modeli ele alınmış, [14]'te de bu yeni kanal modelinde işbirlikli doğrudan dizili kod bölme çoklu erişim sistemlerinin başarımları analizi sunulmuştur. [15]'te sunulan çalışmada ise  $\alpha$ - $\eta$ - $\kappa$ - $\mu$  olarak adlandırılan ve daha önce bahsedilen bütün kanal yapılarına dönüşebilen önemli bir model önerilmiştir. Bu kanal modelinin dönüşüm özellikleri detaylı olarak izah edilmiştir. Son olarak [16]'da verilen çalışmada ise bu bahsi geçen kanallardan farklı olarak  $\eta$ - $\mu$ /Gamma dağılımlı karma bir kanal modeli önerilmiştir. Bu model hem Gamma dağılımının hem de  $\eta$ - $\mu$  dağılımının özelliklerini birlikte taşımaktadır. Ayrıca bu model  $\eta$  ve  $\mu$  parametrelerinin

ayarlanması ile farklı sönümlenmeli kanal şartlarını temsil edebilmektedir. Bu sebeple, bu çalışmada  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma kanal modeli ele alınmıştır. [17]'de verilen çalışmada ise  $\eta$ - $\mu$ /Gamma sönümlenmeli kanallardaki sayısal sistemlerin kanal kapasite analizi kapsamlı bir şekilde yapılmış, bit hata olasılığı ifadesi elde edilmiştir. Yalnız bu çalışmadaki hata ifadesi incelenirse Meijer  $G$  ve genelleştirilmiş hipergeometrik fonksiyon gibi hesaplaması güç ifadeler içermektedir. Dolayısıyla [17]'de verilen çalışmada sunulan ifadeler, çok daha karmaşık ve farklı bir PDF ifadesi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. [17]'de verilen çalışma da dahil olmak üzere, bilindiği kadarıyla literatürde  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlü kanallarda sayısal modülasyonlu haberleşme sistemlerinin hata olasılığı performansı analizi bu çalışmadaki türetilen PDF ifadesi ile verilmemiştir. Böylelikle bu çalışma literatürdeki dikkati çeken bu boşluğu doldurmaktadır.

Sunulan çalışmada  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanalın PDF ifadesi farklı bir yaklaşımla yeniden elde edilerek genel hata ifadesi türetilmiştir. Türetilen ifadedeki  $g_1$  parametresinin yardımıyla evre uyumlu olmayan frekans kaydırmalı anahtarlama (frequency shift keying, FSK) ve farksal faz kaydırmalı anahtarlama (phase shift keying, PSK) modülasyon türleri incelenebilmektedir. Türetilen analitik ifadenin doğruluğu, nümerik sonuçlar kısmında simülasyonlarla kıyaslanarak gösterilmiştir.

2. bölümde sistem modeli ve ele alınan kanal yapısının detayları açıklanmış, 3. bölümde hata ifadesinin analizine yer verilmiş, 4. bölümde çeşitli senaryolarla birlikte türetilen ifade kullanılarak elde edilen nümerik sonuçlar ve simülasyonlar sunulmuş ve son olarak 5. bölümde sonuç kısmı verilmiştir.

## 2 Sistem ve Kanal Modeli

Bu çalışmada ele alınan sistem modeli, kanal yapısı ve kanal yapısına ait detaylı bilgiler sırasıyla 2.1 ve 2.2 alt başlıklarında verilmiştir.

### 2.1 Sistem Modeli

Tek girişli tek çıkışlı kablolu haberleşme sistem modeli ele alınmıştır. Verici ve alıcı noktalarında iletişimi sağlayan birer anten mevcuttur. İletilen işaret  $x$  olmak üzere evre uyumlu olmayan FSK ve farksal PSK modülasyon türleri ile iletim yapılmaktadır. İletimi yapılan bütün işaretlerin hepsi aynı seviyede güç ile iletilmektedir. Bütün bu kabuller altında alıcı noktadaki işaret

$$r = xK + N \quad (1)$$

şekindedir.  $K$  sönümlü kanala ait sönümlenme katsayısını,  $N$  ise toplanabilir beyaz Gauss gürültüsünü (additive white Gaussian noise, AWGN) belirtmektedir.

### 2.2 Kanal Modeli

Sistem modelinde bahsedilen  $K$ , sönümlü kanal katsayıları  $\eta$ - $\mu$ /Gamma kanal modeli dağılımına sahiptir. Bu yüzden  $\eta$ - $\mu$ /Gamma kanalına ait PDF ifadesi kullanılmalıdır. Bu PDF ifadesi [16, eşitlik (2)] ve [16, eşitlik (7)] kullanılarak aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$f_\gamma(\gamma) = \sum_{i=1}^L \alpha_i \gamma^{\beta_i-1} e^{-\zeta_i \gamma}. \quad (2)$$

Eşitlik (2), ani işaret gürültü oranını (signal to noise ratio, SNR)  $\gamma$ 'nın PDF'si olup  $\Gamma(u) = \int_0^\infty e^{-x} x^{u-1} dx$  ise  $u$ 'nun Gamma fonksiyonu olarak tanımlanır. Burada  $L$ , eşitlik (2) ile verilen PDF ifadesindeki terim sayısını,  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  ve  $\zeta_i$   $i$ . Gamma bileşeninin parametreleridir ve

$$\alpha_i = \frac{\theta_i}{\sum_{j=1}^L \theta_j \Gamma(\beta_j) \zeta_j^{-\beta_j}}, \beta_j = k, \zeta_j = \frac{2\mu h}{\bar{\gamma} d_i} \quad (3)$$

$$\theta_i = \mathcal{G}_{\eta-\mu} w_i d_i^{\mu-k-\frac{1}{2}} I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{H}{h} d_i\right), \mathcal{G}_{\eta-\mu} = \frac{\sqrt{\pi} 2^{k-\mu+\frac{1}{2}} h^{k-\frac{1}{2}} \left(\frac{\mu}{\bar{\gamma}}\right)^k}{\Gamma(\mu)\Gamma(k)H^{\mu-\frac{1}{2}}}$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada  $k$  sönümlenme parametresini,  $\bar{\gamma}$  ortalama SNR'yi belirtmektedir. Ayrıca  $\eta$  ve  $\mu$  ise  $\eta$ - $\mu$ /Gamma dağılımlı kanal modeline ait parametrelerdir.  $I_\nu(\cdot)$  ise birinci dereceden modifiye edilmiş Bessel fonksiyonudur.  $\eta$  parametresi temelinde,  $\eta$ - $\mu$ /Gamma dağılımlı kanal modeline ilişkin Format 1 ve Format 2 olmak üzere iki tanımlama mevcuttur [3]. Format 1'de  $\eta$ ,  $0 < \eta < \infty$  olmak üzere her çok-yollu kümedeki eş ve dik evreli işaret bileşenleri arasındaki güç oranını ifade eder ve bu tanımlamada  $h$  ve  $H$  sırasıyla

$$h = \frac{(2 + \eta^{-1} + \eta)}{4}, H = \frac{(\eta^{-1} - \eta)}{4} \quad (4)$$

ile verilmektedir. Format 2'de ise  $\eta$ ,  $-1 < \eta < 1$  olmak üzere her çok-yollu kümedeki eş ve dik evreli işaret bileşenleri arasındaki ilişki katsayısını ifade eder ve bu tanımlamada  $h$  ve  $H$  sırasıyla

$$h = \frac{1}{(1-\eta^2)}, H = \frac{\eta}{(1-\eta^2)} \quad (5)$$

şekindedir. Eşitlik (2) ve (3)'teki tanımlamalar incelenirse, verilen PDF ifadesinin toplam serileri ve  $I_\nu(\cdot)$  ile gösterilen Bessel fonksiyonu gibi karmaşık fonksiyonlar içerdiğinden dolayı matematiksel açıdan çok kullanışlı olmadığı görülmektedir. Ayrıca eşitlik (2) ile ilgili asıl zorluk,  $\eta$ - $\mu$ /Gamma dağılımının kullanımında  $L$ 'nin nasıl belirleneceğidir. Bu sebeple, bu çalışmada  $\eta$ - $\mu$ /Gamma sönümlü kanal modeline ait yeni bir PDF ifadesi türetilenektir. Bu sayede eşitlik (2) ile uğraşmak yerine türetilen yeni PDF ifadesi üzerinden bu çalışma gerçekleştirilecektir. Buna göre [16, eşitlik (6)] yardımıyla aşağıdaki PDF integrali verilmektedir:

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{2\sqrt{\pi} h^\mu \mu^{\mu+\frac{1}{2}} \gamma^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)\Gamma(k)\bar{\gamma}^k H^{\mu-\frac{1}{2}}} \int_0^\infty y^{k-\mu-\frac{3}{2}} e^{-\frac{2\mu h \gamma}{y}} - \frac{y}{\bar{\gamma}} I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H \gamma}{y}\right) dy. \quad (6)$$

Eşitlik (6) ile verilen integral iki parçadan oluşmaktadır. Buna göre birinci kısım  $J_1$  olarak tanımlanmakta ve

$$J_1 = \int_0^{\infty} y^{k-\mu-\frac{3}{2}} e^{-\frac{2\mu h \gamma}{y}} dy \quad (7)$$

olarak verilmektedir. Eşitlik (7)'de verilen integralin çözümü [18, 3.381.3] yardımıyla aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$J_1 = \Gamma\left(\mu - k + \frac{1}{2}\right) (-1) (2\mu h \gamma)^{\left(k-\mu-\frac{1}{2}\right)}. \quad (8)$$

İkinci parça olan  $J_2$  ise

$$J_2 = \int_0^{\frac{y}{\gamma}} I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H \gamma}{y}\right) dy \quad (9)$$

olarak verilmektedir. Bu ifadenin çözümü için  $z = \frac{1}{y}$  değişken

değiştirme işlemi yapılır ve [18, eşitlik 6.561.14] kullanılarak aşağıdaki gibi çözüm işlemleri gerçekleştirilirse

$$J_2 = -\frac{1}{2\bar{\gamma}} (\mu H \gamma)^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2\mu-5}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\mu+7}{4}\right)} \quad (10)$$

ifadesi elde edilir. Eşitlik (8) ve (10)'da elde edilen ifadeler eşitlik (6)'da yerine yazılırsa [16]'da sunulan çalışmadan farklı olarak  $\eta$ - $\mu$ /Gamma dağılımlı kanal modeline ait alıcı uçtaki SNR'nin PDF ifadesi aşağıdaki gibi türetilmiştir:

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{2\sqrt{\pi} h^{\mu} \mu^{\mu+\frac{1}{2}} \gamma^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)\Gamma(k)\bar{\gamma}^k H^{\mu-\frac{1}{2}}} \left[ \Gamma\left(\mu - k + \frac{1}{2}\right) (-1) (2\mu h \gamma)^{\left(k-\mu-\frac{1}{2}\right)} + \frac{1}{2\bar{\gamma}} (\mu H \gamma)^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2\mu-5}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\mu+7}{4}\right)} \right] \quad (11)$$

Eşitlik (11) ile verilen ifade incelenirse eşitlik (2) ve (3)'te verilen türetilmişlere kıyasla matematiksel olarak çok daha az karmaşık ifadeler içermektedir. Aynı zamanda [17, eşitlik 9] ile verilen PDF ifadesi ile kıyaslandığında da matematiksel olarak daha sade bir yapıdadır. Ayrıca eşitlik (11) ile verilen PDF ifadesi literatürde ilk kez bu çalışmada sunulmaktadır.

### 3 Başarım Değerlendirmesi

Sönümlü kanallarda hata ifadesini bulmak için aşağıda verilen genel hata formülü kullanılır:

$$P_e = \int_0^{\infty} P_{e|\gamma}(\gamma) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma. \quad (12)$$

Burada  $P_{e|\gamma}(\gamma)$  ifadesi AWGN kanallarındaki koşullu hata olasılığıdır.  $f_{\gamma}(\gamma)$  ile verilen ifade ise ani SNR  $\gamma$ 'nın PDF'sidir. Buna göre evre uyumlu olmayan FSK veya farksal PSK için  $P_{e|\gamma}(\gamma)$  ifadesi [19]

$$P_{e|\gamma}(\gamma) = \frac{1}{2} e^{-g_1 \gamma} \quad (13)$$

olarak tanımlanmaktadır. (13)'teki  $g_1$  parametresi 0.5 ise evre uyumlu olmayan FSK, 1 ise farksal PSK modülasyon

kullanılıyor demektir. Eşitlik (12)'te verilen ifadenin bir diğer bileşeni  $f_{\gamma}(\gamma)$  ifadesidir ve ele alınan sistem modeli için bölüm 2.2 eşitlik (11)'de türetilmiştir. Buna göre (11) ve (13)'teki ifadeler (12)'de yerine yazılırsa

$$P_e = \int_0^{\infty} \left[ \frac{1}{2} e^{-g_1 \gamma} \right] \frac{2\sqrt{\pi} h^{\mu} \mu^{\mu+\frac{1}{2}} \gamma^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)\Gamma(k)\bar{\gamma}^k H^{\mu-\frac{1}{2}}} \left[ \Gamma\left(\mu - k + \frac{1}{2}\right) (-1) (2\mu h \gamma)^{\left(k-\mu-\frac{1}{2}\right)} + \frac{1}{2\bar{\gamma}} (\mu H \gamma)^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2\mu-5}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\mu+7}{4}\right)} \right] d\gamma \quad (14)$$

elde edilir. Burada integral değişkeninden bağımsız terimler integral dışına alınır ve bazı matematiksel düzenlemeler yapılır ise

$$P_e = \frac{\sqrt{\pi} h^{\mu} \mu^{\mu+\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)\Gamma(k)\bar{\gamma}^k H^{\mu-\frac{1}{2}}} \left[ (-1) (2\mu h)^{\left(k-\mu-\frac{1}{2}\right)} \Gamma\left(\mu - k + \frac{1}{2}\right) Q_1 + \frac{1}{2\bar{\gamma}} (\mu H)^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2\mu-5}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\mu+7}{4}\right)} Q_2 \right] \quad (15)$$

elde edilir. Burada

$$Q_1 = \int_0^{\infty} \gamma^{k-1} e^{-g_1 \gamma} d\gamma \quad (16)$$

ve

$$Q_2 = \int_0^{\infty} \gamma^{\mu+\frac{3}{2}} e^{-g_1 \gamma} d\gamma \quad (17)$$

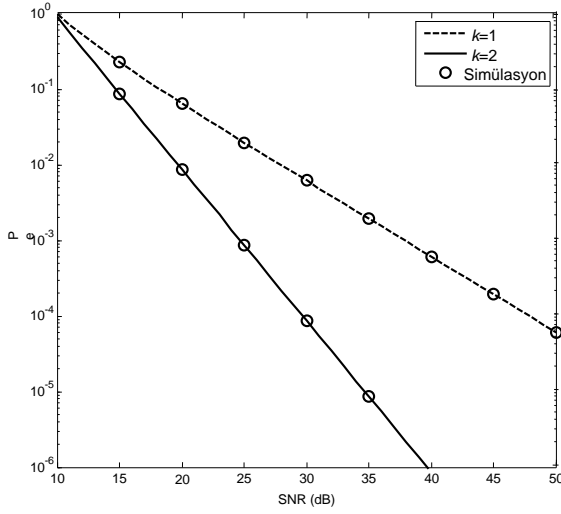
integralleri [18, eşitlik 3.381.4]'e göre çözümlenerek aşağıdaki hata olasılığı ifadesine ulaşılır.

$$P_e = \frac{\sqrt{\pi} h^{\mu} \mu^{\mu+\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)\Gamma(k)\bar{\gamma}^k H^{\mu-\frac{1}{2}}} \left\{ \left[ \Gamma\left(\mu - k + \frac{1}{2}\right) (-1) (2\mu h)^{\left(k-\mu-\frac{1}{2}\right)} g_1^{-k+1} \Gamma(k-1) \right] + \left[ \frac{(\mu H)^2}{2\bar{\gamma}} \frac{\Gamma\left(\frac{2\mu-5}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\mu+7}{4}\right)} g_1^{-\left(\mu+\frac{3}{2}\right)} \Gamma\left(\mu + \frac{3}{2}\right) \right] \right\} \quad (18)$$

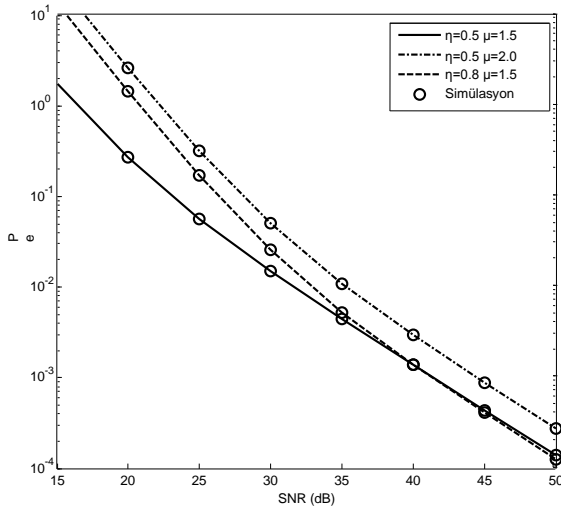
Böylece eşitlik (18)'deki ifadeyle, evre uyumlu olmayan FSK ve farksal PSK modülasyonu kullanan tek girişli tek çıkışlı kablosuz haberleşme sistemlerinin  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanallardaki hata olasılık ifadesi elde edilmiş olur.

#### 4 Nümerik Sonuçlar

Bu bölümde bir önceki bölümde türetilen (eşitlik (18)) hata ifadesi kullanılarak nümerik sonuçlar elde edilmiş, bu sonuçlar da simülasyon sonuçları ile kıyaslanmıştır. Şekil 1 ve 2'de evre uyumlu olmayan FSK modülasyonunu kullanan ( $g_1 = 0.5$ ) tek girişli tek çıkışlı haberleşme sisteminin  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanallardaki başarımlar eğrileri verilmiştir. Şekil 1'deki senaryoda Format 1 (eşitlik (4) kullanılarak) durumunda  $\eta = 0.5$ ,  $\mu = 1.0$  alınmış farklı  $k$  sönümlenme değerleri için başarımlar sunulmuştur. Daha önce de belirtildiği gibi Format 1 durumunda  $\eta$ ,  $0 < \eta < \infty$  olmak üzere her çok-yollu kümedeki eş ve dik evreli işaret bileşenleri arasındaki güç oranını ifade etmektedir.



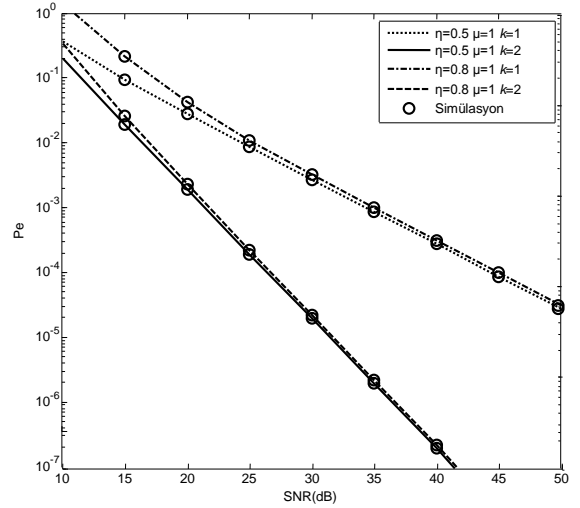
Şekil 1:  $\eta = 0.5$  ve  $\mu = 1$  parametre değerlerine sahip  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanalın farklı  $k$  sönümlenme değerlerine göre hata eğrileri (Format 1).



Şekil 2:  $k$  sönümlenme değeri 1 iken farklı  $\eta$  ve  $\mu$  parametre değerlerine sahip  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanalın hata eğrileri (Format 1).

Şekil 1'den de görüldüğü üzere sönümlenme parametresinin değeri arttıkça hata başarımları iyileşmektedir. Bu durum literatürdeki birçok çalışmada sunulduğu gibidir. Şekil 2'de verilen senaryoda ise  $k$  sönümlenme parametresi değeri sabit tutulurken  $\eta$  ve  $\mu$  değerleri değiştirilmiştir. Her iki grafikte de görülmektedir ki: simülasyon sonuçları ile analitik sonuçlar birbiri ile oldukça uyumludur.

Şekil 3'te verilen son senaryoda ise  $g_1 = 1.0$  alınarak farksal PSK modülasyonu kullanan tek girişli tek çıkışlı kablosuz haberleşme sistemlerinin  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanallardaki başarımları değerlendirilmiştir. Bu sonuçlarda da yine farklı  $k$ ,  $\eta$  ve  $\mu$  parametre değerleri ele alınmış ve bu durumlara göre değişimler gösterilmiştir. Şekil 3'te ele alınan senaryoda parametreler için Format 2 durumu incelenmiştir (eşitlik (5) kullanılarak). Buna göre  $\eta$ ,  $-1 < \eta < 1$  olmak üzere her çok-yollu kümedeki eş ve dik evreli işaret bileşenleri arasındaki ilişki katsayısını ifade etmektedir. Son olarak Şekil 3'teki sonuçlar da analitik sonuçlar ile simülasyon sonuçlarının birbirine tam uyum sağladığı açıkça görülmektedir.



Şekil 3: Farklı  $\eta$ ,  $\mu$  ve  $k$  değerleri için  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanalın hata eğrileri (Format 2).

#### 5 Sonuç.

Sunulan çalışmada tek girişli tek çıkışlı kablosuz haberleşme sisteminin  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanallardaki hata başarımları analiz edilmiştir. Ele alınan sistemde hem evre uyumlu olmayan FSK hem de farksal PSK modülasyon türleri incelenmiştir. Hata eşitliğinin türetimi PDF ifadesi yardımıyla yapılmıştır. Bu yüzden  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanala ait yeni bir PDF ifadesi türetilmiştir. Kullanılan PDF ifadesinin matematiksel açıdan basitliği ve sadeliği, hata ifadesi türetimi bakımından oldukça önemlidir. Ayrıca bundan sonra yapılacak olan  $\eta$ - $\mu$ /Gamma karma sönümlenmeli kanallar için PDF tabanlı analizler açısından da oldukça kritik bir öneme sahiptir. Yapılan analizler sonucunda türetilen hata ifadesinin doğruluğu simülasyonlarla gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre; simülasyonlarla analitik sonuçların birbiri ile oldukça uyumlu olduğu görülmektedir.

## 6 Kaynaklar

- [1] Nakagami M. *The m-distribution, a general formula of intensity distribution of rapid fading*. Oxford, Pergamon, England, 1960.
- [2] de Souza RA, Yacoub MD, Rabelo GS. "Bivariate Hoyt (Nakagami-q) distribution" *IEEE Transactions on Communications*, 60(3), 714-723, 2012.
- [3] Yacoub MD. "The  $\kappa$ - $\mu$  distribution and the  $\eta$ - $\mu$  distribution" *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 49(1), 68-81, 2007.
- [4] Ermolova NY. "Useful integrals for performance evaluation of communication systems in generalized  $\eta$ - $\mu$  and  $\kappa$ - $\mu$  fading channels" *IET Communications*, 3(2), 303-308, 2009.
- [5] Bhargav N, da Silva CRN, Chun YJ, Leonardo ÉJ, Cotton SL, Yacoub MD. "On the product of two  $\kappa$ - $\mu$  random variables and its application to double and composite fading channels" *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 17(4), 2457-2470, 2018.
- [6] Kumar S, Chandrasekaran G, Kalyani S. "Analysis of outage probability and capacity for  $\kappa$ - $\mu$ / $\eta$ - $\mu$  faded channel" *IEEE Communications Letters*, 19(2), 211-214, 2015.
- [7] Villavicencio MAG, de Souza RAA, de Souza GC, Yacoub MD. "A bivariate  $\kappa$ - $\mu$  distribution" *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65(7), 5737-5743, 2016.
- [8] Moreno PL, Martinez FJL, Paris JF, Naya EM. "The  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading model: unifying the  $\kappa$ - $\mu$  and  $\eta$ - $\mu$  distributions" *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65(12), 9630-9641, 2016.
- [9] Rabelo GS, Yacoub MD. "The  $\kappa$ - $\mu$  Extreme Distribution" *IEEE Transactions on Communications*, 59(10), 2776-2785, 2011.
- [10] Magableh AM, Matalgah MM. "Moment generating function of the generalized  $\alpha$ - $\mu$  distribution with applications" *IEEE Communications Letters*, 13(6), 411-413, 2009.
- [11] Leonardo ÉJ, Yacoub MD. "Product of  $\alpha$ - $\mu$  Variates" *IEEE Wireless Communications Letters*, 4(6), 637-640, 2015.
- [12] da Silva CRN, Leonardo ÉJ, Yacoub MD. "Product of two envelopes taken from  $\alpha$ - $\mu$ ,  $\kappa$ - $\mu$ , and  $\eta$ - $\mu$  distributions" *IEEE Transactions on Communications*, 66(3), 1284-1295, 2018.
- [13] Badarneh OS, Aloqlah M. S. "Performance analysis of digital communication systems over  $\alpha$ - $\eta$ - $\mu$  fading channels" *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65(10), 7972-7981, 2016.
- [14] Kapucu N, Bilim M, Develi I. "Outage performance of cooperative DS-CDMA systems with best path selection over  $\alpha$ - $\eta$ - $\mu$  fading channels" *IET Electronics Letters*, 53(11), 752-754, 2017.
- [15] Yacoub MD. "The  $\alpha$ - $\eta$ - $\kappa$ - $\mu$  fading model" *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 64(8), 3597-3610, 2016.
- [16] Al-Hmood H, Al-Raweshidy HS. "Unified modeling of composite  $\kappa$ - $\mu$ /gamma,  $\eta$ - $\mu$ /gamma, and  $\alpha$ - $\mu$ /gamma fading channels using a mixture gamma distribution with applications to energy detection" *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 16, 104-108, 2017.
- [17] Zhang J, Matthaious M, Tan Z, Wang H. "Performance analysis of digital communication system over composite  $\eta$ - $\mu$ /gamma fading channels" *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 61(7), 3114-3124, 2012.
- [18] Gradshteyn IS., Ryzhik IM. *Table of integrals, series and products*. Academic Press, London, UK, 2007.
- [19] Simon MK., Alouini MS. *Digital communication over fading channels*. John Wiley & Sons, America, 2000.